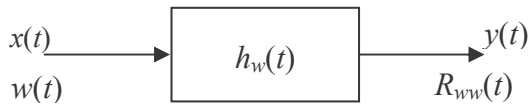


2. GAIA, Klaserako ariketak. Ebazpena

5. a) Radar eta komunikazio aplikazio batzuetan, $w(t)$ seinale jakin bati egokitutako $h_w(t)$ filtroa diseinatzea erabilgarria da; horrela filtroaren sarrera $w(t)$ duen irteera autokorrelazio funtzioa $R_{ww}(t)$ izan dadin. **Adierazi** iragazki egokituaren inputsoarekiko erantzuna $h_w(t)$, $w(t)$ -ren funtzio bezala.



Sistema linealaren irteera autokorrelazioa izan dadin

$$w(t) * h_w(t) = R_{ww}(t) = w(t) * w^*(-t) \\ \Rightarrow h_w(t) = w^*(-t)$$

Atal honetan radar sistemen diseinuko oinarritzko printzipio bat frogatzen da. $w(t)$ pulsu elektromagnetikoa bidaltzen bada jomuga baterantz (hegazkina adibidez) seinale islatua jasoko

da: $Aw(t-t_0)$, $t_0 = 2d/c$ segundo beranduago, d hegazkina dagoen distantzia delarik, eta c argiaren abiadura. Beraz distantzia kalkulatu daiteke t_0 atzerapena neurtuz. Iragazki egokituak jasotako $x(t)$ seinalea prestatzen du t_0 zehatzago neurtu ahal izan dadin.

b) Beheko irudiko eskeman, $w(t) = u(t) - u(t-T)$. $h_w(t)$ iragazki egokituaren $R_{xw}(t)$ erantzuna **aurkitu eta irudikatu** sarrera $x(t) = Aw(t-t_0)$ izanik eta A , T eta t_0 edozein konstante positibo. $R_{xw}(t)$ seinaleak t -ren zein baliorako dauka **maximo** bat?

$$x(t) = Aw(t-t_0) \quad y(t) = x(t) * h_w(t)$$

$$R_{xw}(t) = y(t) = Aw(t-t_0) * w^*(-t) = AR_{ww}(t-t_0)$$

$$y(t) = AT \cdot \Lambda\left(\frac{t-t_0}{T}\right)$$

$R_{xw}(t)$ seinalearen maximoa $t = t_0$ unean dago

c) Frogatu $x(t) = Aw(t-t_0)$ bada, korrelazio gurutzatua hau

$$\text{dela: } R_{xw}(t_0) = A \int_{-\infty}^{\infty} |w(\tau)|^2 d\tau$$

Aurreko atalean esan dugu

$$R_{xw}(t) = y(t) = Aw(t-t_0) * w^*(-t) = AR_{ww}(t-t_0)$$

beraz

$$R_{xw}(t_0) = AR_{ww}(t_0-t_0) = AR_{ww}(0) = AE_0 = A \int_{-\infty}^{\infty} |w(\tau)|^2 d\tau$$

Edo beste bide batetik, korrelazioaren definizioa erabiliz:

$$R_{xw}(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau+t) w^*(\tau) d\tau \Big|_{t=t_0} = \int_{-\infty}^{\infty} Aw(\tau-t_0+t) w^*(\tau) d\tau \Big|_{t=t_0} = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} Aw(\tau-t_0+t_0) w^*(\tau) d\tau = A \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) w^*(\tau) d\tau = A \int_{-\infty}^{\infty} |w(\tau)|^2 d\tau$$

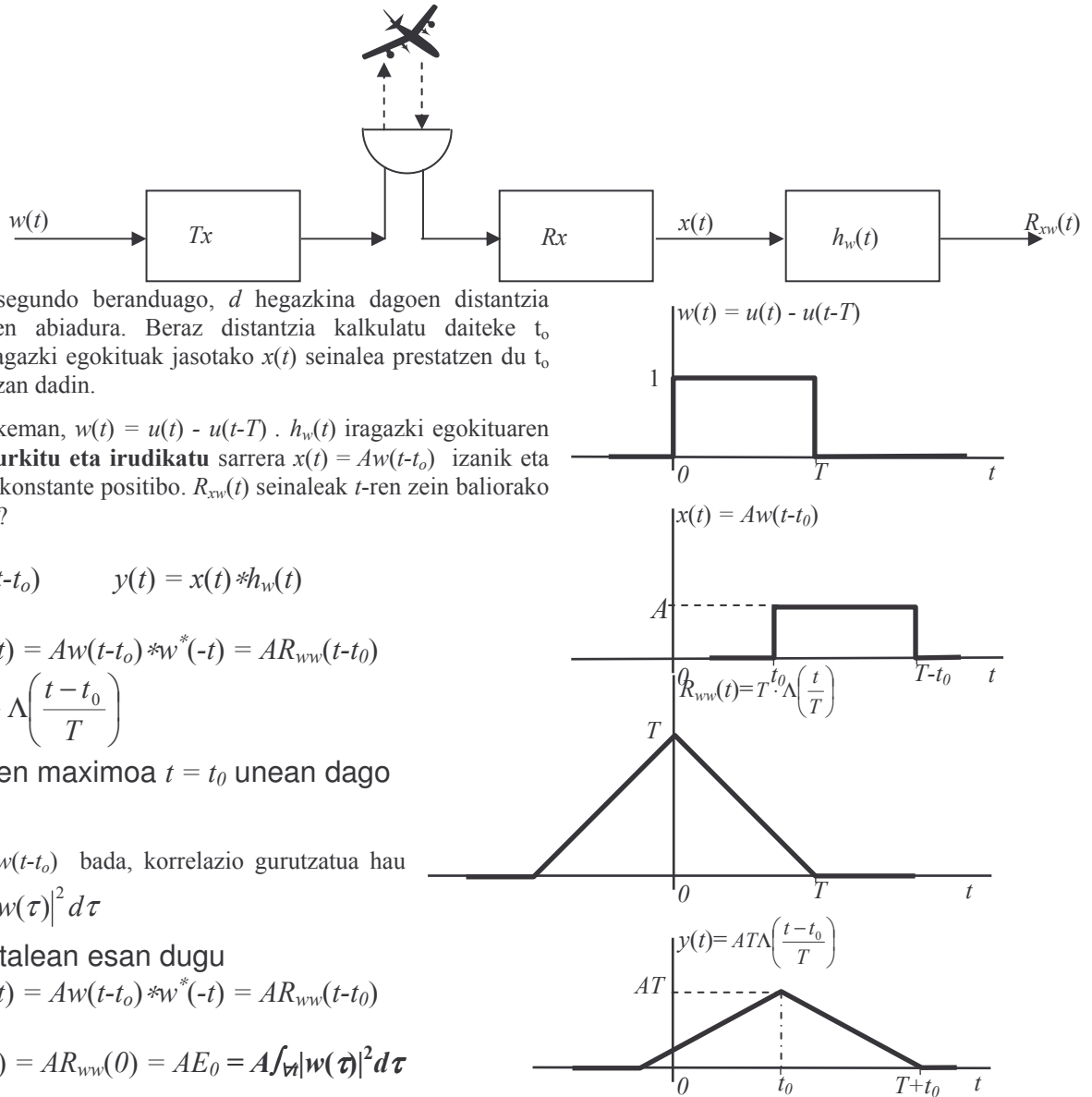
d) Frogatu periodikoa ez den edozein $w(t)$ seinalerekin eta $x(t) = Aw(t-t_0)$ izanik hau betetzen dela: $|R_{xw}(t)| < R_{xw}(t_0) \quad \forall t \neq t_0$

Aurreko b) ataletik $R_{xw}(t) = AR_{ww}(t-t_0) \xrightarrow{\text{eta}} R_{xw}(t_0) = AR_{ww}(0)$

Autokorrelazioaren maximoa jatorrian dagoela dakigunez (Schwartzen ezberdintasunaren bidez frogatu

$$\text{genuen teorian)} \left| \int_a^b u(t) \cdot v(t) \cdot dt \right|^2 \leq \int_a^b |u(t)|^2 \cdot dt \cdot \int_a^b |v(t)|^2 \cdot dt$$

$$|R_{xw}(t)| = |AR_{ww}(t-t_0)| < |A| R_{ww}(0) = R_{xw}(t_0) \quad "A" \text{ positiboa bada}$$



- e) t_0 atzerapena ahal den zehatzen neurtzeko zarata eta interferentziak daudenean, iragazki egokituaren irteerako pikoa ahal den zorrotzera izatea nahi dugu. Errepikatu b) atala irudiko $w(t)$ seinalearekin eta irteerako aldaketak komentatu.

Aurreko b) atalean bezala $R_{xw}(t)$ autokorrelazioaren maximoa $t = t_0$ unean dago. Lehen autokorrelazioa 0-tik T -ra igotzen zen T tartean, orain $-T/2$ baliotik T -ra $T/2$ denboran igotzen da. Zorrotzagoa da. Pikoa zehaztasun gehiagorekin kokatu ahal izango dugu, batez ere seinalea zaratarekin nahastua datorrenean.

- f) Honekin lotutako aplikazioa M mezuren arteko bat T denboran bidaltzearen da. Demagun $M = 2$ dela eta $w_1(t)$ eta $w_2(t)$ seinaleak mezu posible biak adierazten dutela, $w_1(t) = u(t) - u(t-T)$ eta $w_2(t) = w(t)$, e) ataleko $w(t)$. Jasotako $x(t)$ seinalea $w_1(t)$ edo $w_2(t)$ (gehi zarata) izango da eta zein mezu bidali zen jakiteko $x(t)$ seinaleak $w_1(t)$ edo $w_2(t)$ daukan aurkitu behar dugu. Irudian agertzen den bezala $x(t)$ seinalea $h_1 = w_1(T-t)$ eta $h_2(t) = w_2(T-t)$ iragazki egokitu eta kausalekin prozesatzen ditugu, $y_1(t)$ eta $y_2(t)$ lorturik.

Kalkulatu $y_1(t)$ eta $y_2(t)$ kasu bietan: $x(t) = w_1(t)$ eta $x(t) = w_2(t)$.

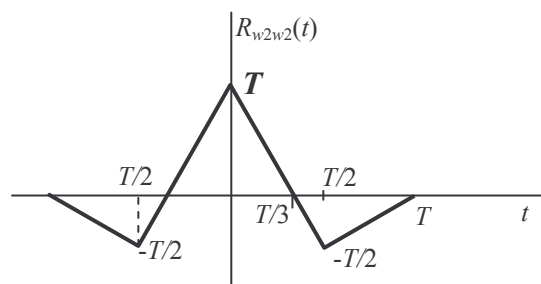
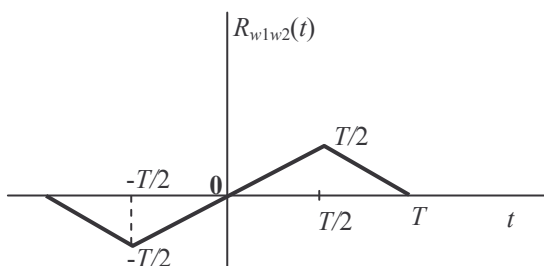
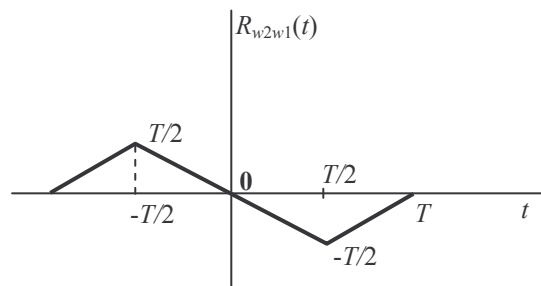
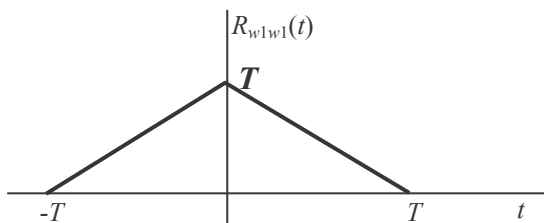
$t = T$ uneko irteerak neurtzen baditugu zeintzuk dira lortutako balioak kasu bakoitzean?

$$x(t) = w_1(t) \rightarrow y_1(t) = R_{w_1 w_1}(t) = y(t) = AT \cdot \Lambda\left(\frac{t-t_0}{T}\right) \leftarrow \text{b) ataleko hirukia}$$

$$\rightarrow y_2(t) = R_{w_1 w_2}(t)$$

$$x(t) = w_2(t) \rightarrow y_1(t) = R_{w_2 w_1}(t) = R_{w_1 w_2}(-t)$$

$$\rightarrow y_2(t) = R_{w_2 w_2}(t) \leftarrow \text{e) ataleko pikoa}$$



w_1 eta w_2 -ren arteko korrelazio gurutzatua 0 da jatorrian, eta gainera maximoa txikia da, $T/2$

Beraz w_1 mezua jasotzean y_1 irteera aktibatzen da baina ez y_2 . Eta alderantziz, w_2 mezua jasotzean y_2 irteera aktibatzen da baina ez y_1

		Mezua	
		$w_1(t)$	$w_2(t)$
Irteera	$y_1(t)$	T	0
	$y_2(t)$	0	T

Radar ezberdin biren arteko interferentziak gainditzeko ere balio du bide honek. Radar bakoitzak mezu ezberdina igorritz besterik gabe beste radarraren mezuak ez du gure sistema aktibatuko.

